

Hasard et déterminisme chez Laplace

Jean-Pierre kahane

Il n'y a rien de contingent dans la nature des choses ; elles sont au contraire déterminées par la nécessité de la nature divine à exister et opérer d'une manière certaine.
Spinoza, Ethique I, proposition 29

Il est de bon ton aujourd'hui de traiter de haut le déterminisme laplacien, comme une vision obtuse de la complexité des choses. Certes le monde et la science ont beaucoup changé en deux siècles, mais la condamnation systématique de Laplace me paraît un aspect de l'obscurantisme contemporain. Le déterminisme de Laplace est fonction de son époque, de la tradition cartésienne (voir la citation de Spinoza en exergue) et des progrès immenses que la mécanique de Newton a fait réaliser dans la compréhension du monde. Il traduit les succès de l'analyse mathématique comme méthode générale et universelle (c'est ainsi qu'il faut lire la phrase fameuse, reproduite ci-dessous, sur "une intelligence qui, pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent..." ; il ne lui suffit pas de tout connaître, il lui faut encore être "assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse", entendez, l'analyse mathématique). Il se rattache à une vision corpusculaire de la matière, que nous devons remettre en question avec la mécanique quantique. Mais il me paraît en avance sur son temps, et même sur le nôtre, par sa manière d'articuler déterminisme, certitude et probabilités. Avec Laplace, la notion de hasard, au lieu de se réduire à l'inexplicable contingence, devient un auxiliaire de la science. Ce qu'il dit de la place souhaitable de la théorie des probabilités, à "faire entrer dans le système de l'instruction publique", n'a vu ses premières réalisations en France qu'il y a 40 ans, et reste d'actualité.

Cet article est bâti autour de citations de Laplace, assez étendues pour

bien rendre compte de sa pensée. Il se ressent évidemment de l'admiration sans réserve que j'éprouve pour Laplace comme mathématicien. Le texte de référence est l'“Essai philosophique sur les probabilités”, de 1814.

Laplace mathématicien

Laplace est un très grand nom des mathématiques. Ses œuvres, en quatorze gros volumes, se trouvent dans certaines bibliothèques. Il vaut la peine d'y aller voir : on y trouve des trésors. C'est à la fois un virtuose du calcul, un créateur de concepts, et un maître de la langue. Je m'attarderai ici sur deux œuvres écrites à l'intention des non-spécialistes : les dix leçons professées aux Ecoles Normales en 1795, et l'essai philosophique sur les probabilités (1814), développement de la dixième leçon de 1795, qui eut un tel succès, du vivant de Laplace, qu'il y en eut cinq éditions entre 1814 et 1825. Cet essai philosophique est à la fois une merveilleuse introduction à la philosophie de Laplace, héritée des encyclopédistes, et au monumental traité sur la théorie analytique des probabilités.

Pierre-Simon Laplace eut une longue vie : 1749–1827. C'est le cas pour d'autres grands mathématiciens de cette époque : Euler et Lagrange qui le précèdent, Legendre qui fut exactement son contemporain, Gauss et Cauchy qui le suivent. Et ces mathématiciens furent actifs tout au cours de leur existence. Je le signale parce que la longévité est fréquente chez les mathématiciens (Newton est mort à plus de 80 ans, Hadamard presque centenaire) et qu'une bonne part des œuvres est écrite dans la maturité et non dans la prime jeunesse. Les exemples fameux de mathématiciens morts jeunes (Galois, Abel) n'est sont que plus dramatiques.

Laplace académicien

Laplace était le fils d'un paysan pauvre. Il fut remarqué, envoyé au Collège de Caen, puis à l'école militaire de Beaumont. Il y devint professeur à vingt ans. A vingt-deux ans il vint à Paris, rencontra d'Alembert, et obtint grâce à lui une chaire à l'école militaire de Paris. L'histoire de la rencontre vaut d'être connue. Laplace avait des recommandations pour d'Alembert, mais ne parvenait pas à le voir. Alors il s'avisa d'écrire une lettre exposant ses idées sur les principes généraux de la mécanique. Le jour même, d'Alembert le

reçut.

Il fut nommé membre adjoint de l'Académie des Sciences à moins de vingt-cinq ans. L'Académie des Sciences de l'époque, c'était à la fois une société savante et un petit CNRS. On pouvait y entrer jeune (Laplace n'avait écrit que deux mémoires, spectaculaires il est vrai), et on y entra pour y travailler. A partir de là, il fut un personnage officiel et écouté aussi bien sous la Révolution, sous l'Empire et sous la Restauration. Ces honneurs, autant que j'en puisse juger, n'ébranlèrent pas son jugement. On cite de lui une réponse fameuse à Napoléon, s'interrogeant sur le fait que Dieu et la création n'apparaissent nulle part dans son ouvrage de 1796, **L'exposition du système du monde** : “Sire, je n'ai pas eu besoin de cette hypothèse”.

C'est dans cet ouvrage — écrit sans faire usage d'aucun appareil mathématique — que Laplace émet une hypothèse sur l'origine du système solaire qui paraît encore aujourd'hui la plus vraisemblable : nébuleuse initiale, se condensant pour former le noyau central et les planètes.

Mécanique céleste et probabilités

Les deux sujets de prédilection de Laplace furent la mécanique céleste et les probabilités. Dans les deux domaines, il développa un merveilleux appareil mathématique, et l'appliqua à des situations concrètes. Les titres mêmes évoquent ces deux aspects : **Calcul intégral et système du monde**, **Théorie analytique des probabilités**. Dans une vue assez dialectique de la réalité, qu'il exprima mieux que personne — j'y reviendrai —, il voyait à la fois le champ immense de la mécanique issue de Newton (“l'état présent de l'univers comme l'effet de son état antérieur, et comme la cause de celui qui va suivre”), et celui de la théorie des hasards, qu'il préféra appeler théorie des probabilités (“presque toutes nos connaissances ne sont que probables; et dans le petit nombre de choses que nous pouvons savoir avec certitude, dans les sciences mathématiques elles-mêmes, les principaux moyens de parvenir à la vérité, l'induction et l'analogie, se fondent sur les probabilités; en sorte que le système entier des connaissances humaines se rattache à la théorie des probabilités”). Ainsi, tout au cours de son existence, il développa aussi bien les mathématiques du hasard et celles de la nécessité (probabilités, et équations différentielles). Il sut développer les outils pour eux-mêmes (fonctions génératrices, calcul symbolique) en les faisant fonctionner à l'intérieur des mathématiques pour retrouver et améliorer les résultats

antérieurs de l'analyse — et il ne manque pas une occasion de signaler ses sources, Wallis, Moivre, et bien d'autres. Il sut également les appliquer à une foule de problèmes et de situations : les **tables lunaires ou planétaires** (où, contrairement peut-être à l'évidence, il applique non seulement la mécanique céleste, mais aussi les probabilités), les **anneaux de Saturne**, les **marées**, les **comètes**, la **rotation de la terre**, les **géodésiques** (problème pratique important au temps où l'on mesurait le méridien terrestre pour donner la définition du mètre), la **pendule et la mesure du temps** la **vitesse du son**, l'**action de la lune sur l'atmosphère**, la **chaleur**, l'**électricité** (en collaboration avec Lavoisier), la **démographie**, et les **statistiques**, les **probabilités des causes** et l'ensemble de ce qu'il appelait la **philosophie naturelle**. J'ai cité là des titres ou des sujets de mémoires publiés entre 1774 et 1817. La plupart de ces travaux se trouvent embrassés dans deux traités monumentaux : **Le traité de mécanique céleste**, publié de 1799 à 1825, et **La théorie analytique des probabilités**, publiés en 1812.

Laplace, hors ses débuts, ne semble pas avoir beaucoup enseigné. Mais ses écrits font montre d'un souci pédagogique constant. Trois œuvres sont écrites dans une langue rigoureuse, sans aucun symbole mathématique (ainsi π se nomme le rapport de la circonférence au diamètre), et elles mériteraient d'être des classiques de la littérature française. Il s'agit des **dix leçons** aux Ecoles normales de 1795, de l'**exposition du système du monde** de 1796, et de l'**essai philosophique sur les probabilités**, de 1814–1825. Je dirai quelques mots des dix leçons, et je m'attarderai sur l'essai philosophique.

L'**essai philosophique** débute par une phrase qui n'est pas insignifiante : “Cet essai philosophique est le développement d'une leçon sur les probabilités, que je donnai en 1795 aux Ecoles normales, où je fus appelé comme professeur de mathématiques avec Lagrange par un décret de la Convention Nationale”. Ceci fut écrit à la fin de l'Empire de Napoléon, édité quatre fois au temps de la Restauration, sous Louis XVIII et Charles X, quand Laplace était comte d'Empire puis marquis sous les deux rois. Laplace n'était certes pas tenu d'évoquer l'œuvre de la Convention. Cette évocation dans la première phrase de son essai me semble prouver deux choses : d'abord, que Laplace avait du caractère ; ensuite, que la Convention avait compté dans sa vie.

C'est une chose qu'on voit dès la première des **dix leçons**. Laplace y traite de la numération. Il expose excellemment, la numération décimale, la numération binaire, la numération duodécimale, leurs avantages et inconvénients, puis il évoque brièvement mais de façon frappante les travaux de la commission constituée par la Convention pour adopter un système

unique, la raison du choix du système décimal et du système métrique. Leçon de mathématique — parfaitement formalisée, et en avance sur son temps — mêlée à l'histoire du temps. Je n'examinerai pas plus avant le contenu des **dix leçons** ; elles méritent une étude à elles seules. L'**exposition du système du monde** en est un vaste complément, parce que Laplace n'avait pas eu le temps de toucher à la mécanique céleste, et, comme il l'écrit, l'**essai philosophique** est le prolongement de la dixième leçon.

La conclusion de l'**essai philosophique** se réfère au projet pédagogique de Laplace, et on verra par-là qu'il était en avance d'exactement cent cinquante ans sur les programmes de l'enseignement public en France, en ce qui concerne l'introduction des probabilités :

“On voit par cet Essai que la théorie des probabilités n'est au fond que le bon sens réduit au calcul : elle fait apprécier avec exactitude, ce que les esprits justes sentent d'instinct, sans qu'ils puissent souvent s'en rendre compte. Elle ne laisse rien d'arbitraire dans le choix des opinions et des partis à prendre, toutes les fois que l'on peut, à son moyen, déterminer le choix le plus avantageux. Par là, elle devient le supplément le plus heureux à l'ignorance et à la faiblesse de l'esprit humain. Si l'on considère les méthodes analytiques auxquelles cette théorie a donné naissance, la vérité des principes qui lui servent de base, la logique fine et délicate qu'exige leur emploi dans la solution des problèmes, les établissements d'utilité publique qui s'appuient sur elle, et l'extension qu'elle a reçu et qu'elle peut recevoir encore par son application aux questions les plus importantes de la Philosophie naturelle et des sciences morales ; si l'on observe ensuite que dans les choses mêmes qui ne peuvent être soumises au calcul elle donne les aperçus les plus sûrs qui puissent nous guider dans nos jugements, et qu'elle apprend à se garantir des illusions qui souvent nous égarent, on verra qu'il n'est point de science plus digne de nos méditations, et qu'il soit plus utile de faire entrer dans le système de l'instruction publique.”

Laplace mécaniste ?

Revenons au début de l'essai **philosophique**. Ayant évoqué les Ecoles normales et la Convention, puis son ouvrage sur la théorie analytique des probabilités, Laplace poursuit :

“Je présente ici, sans le secours de l'Analyse, les principes et les résultats généraux de cette théorie, en les appliquant aux questions les plus importantes de la vie, qui ne sont en effet, pour la plupart, que des problèmes de probabilité. On peut même dire, à parler en rigueur, que presque toutes nos connaissances ne sont que probables ; et dans le petit nombre des choses que nous pouvons savoir avec certitude, dans les sciences mathématiques elles-mêmes, les principaux moyens de parvenir à la vérité, l'induction et l'analogie, se fondent sur les probabilités ; en sorte que le système entier des connaissances humaines se rattache à la théorie exposée dans cet essai.”

En quelques pages alors, Laplace, dans une langue superbe, dit à la fois sa conception du déterminisme, de la science, de la place qu'occupe la probabilité, du débat d'opinion et de son rôle dans la société. Ainsi, la fameuse profession de foi déterministe fait partie d'un ensemble dont il ne faut pas la détacher : la recherche de lois universelles, la confiance dans le développement de la science, la dénonciation de l'obscurantisme sous des formes variées, l'idée très dialectique que la probabilité est relative en partie à notre ignorance, en partie à nos connaissances, la relation entre probabilité et certitude, l'analyse des erreurs et la tolérance pour les opinions différentes. Tout vaudrait d'être cité, mais je me borne à quelques extraits. Il me paraît important de souligner le titre général de ces quelques pages : **De la probabilité**.

Sur le déterminisme et les lois universelles :

“Tous les événements, ceux mêmes qui par leur petitesse semblent ne pas tenir aux grandes lois de la nature, en sont une suite aussi nécessaire que les révolutions du soleil.”...

“Nous devons donc envisager l’état présent de l’univers comme l’effet de son état antérieur, et comme la cause de celui qui suivra. Une intelligence qui pour un instant donné connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d’ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l’analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l’univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l’avenir comme le passé serait présent à ses yeux.”

... la confiance dans l’esprit humain :

“L’esprit humain offre, dans la perfection qu’il a su donner à l’Astronomie, une faible esquisse de cette intelligence. Ses découvertes en mécanique et en géométrie, jointes à celle de la pesanteur universelle, l’ont mis à portée de comprendre dans les mêmes expressions analytiques les états passés et futurs du système du monde. En appliquant la même méthode à quelques autres objets de ses connaissances, il est parvenu à ramener à des lois générales les phénomènes observés, et à prévoir ceux que des circonstances données doivent faire éclore. Tous ces efforts dans la recherche de la vérité tendent à le rapprocher sans cesse de l’intelligence que nous venons de concevoir, mais dont il restera toujours infiniment éloigné. Cette tendance propre à l’espèce humaine est ce qui la rend supérieure aux animaux, et ses progrès en ce genre distinguent les nations et les siècles et font leur véritable gloire.”

... la dénonciation des superstitions :

“Rappelons-nous qu’autrefois, et à une époque qui n’est pas encore bien reculée, une pluie ou une sécheresse extrême, une comète traînant après elle une queue fort étendue, les éclipses, les aurores boréales, et généralement tous les phénomènes extraordinaires, étaient regardés

comme autant de signes de la colère céleste. On invoquait le ciel pour détourner leur funeste influence. On ne le priait point de suspendre le cours des planètes et du soleil : l'observation eût bientôt fait sentir l'inutilité de ces prières. Mais comme ces phénomènes, arrivant et disparaissant à de longs intervalles, semblaient contrarier l'ordre de la nature, on supposait que le ciel, irrité par les crimes de la terre, les faisait naître pour annoncer ses vengeances. Ainsi la longue queue de la comète de 1456 répandit la terreur dans l'Europe, déjà consternée par les succès rapides des Turcs qui venaient de renverser le Bas-Empire. Cet astre, après quatre de ses révolutions, a excité parmi nous un intérêt bien différent. La connaissance des lois du système du monde, acquise dans cet intervalle, avait dissipé les craintes enfantées par l'ignorance des vrais rapports de l'homme avec l'univers ; et Halley, ayant reconnu l'identité de cette comète avec celles des années 1531, 1607 et 1682, annonça son retour prochain pour la fin de 1758 ou le commencement de 1759. Le monde savant attendit avec impatience ce retour qui devait confirmer l'une des plus grandes découvertes que l'on eût faites dans les sciences,"...

... L'analyse et les lois universelles :

“Clairaut entreprit alors de soumettre à l'analyse les perturbations que la comète avait par l'action des deux plus grosses planètes, Jupiter et Saturne : après d'immenses calculs, il fixa son prochain passage au périhélie vers le commencement d'avril 1759, ce que l'observation ne tarda pas à vérifier. La régularité que l'Astronomie nous montre dans le mouvement des comètes a lieu, sans aucun doute, dans tous les phénomènes. La courbe décrite par une simple molécule d'air ou de vapeurs est réglée d'une manière aussi certaine que les orbites planétaires : il n'y a pas de différence entre elles que celle qu'y met notre ignorance”

... La probabilité :

“La probabilité est relative en partie à cette ignorance, en partie à nos connaissances...”

“La théorie des hasards consiste à réduire tous les événements du même genre à un certain nombre de cas également possibles, c’est-à-dire tels que nous soyons également indécis sur leur existence, et à déterminer le nombre de cas favorables à l’événement dont on cherche la probabilité. Le rapport de ce nombre à tous les cas possibles est la mesure de cette probabilité qui n’est ainsi qu’une fraction, dont le numérateur est le nombre des cas favorables et dont le dénominateur est le nombre de tous les cas possibles.”...

(Je me permets d’insister ici sur la précision du langage de Laplace, qui parle de cas **également possibles**; nous dirions aujourd’hui, moins élégamment, équiprobables).

“Quand tous les cas sont favorables à un événement, sa probabilité se change en certitude et son expression devient égale à l’unité. Sous ce rapport, la certitude et la probabilité sont comparables, quoiqu’il y ait une différence essentielle, entre les deux états d’esprit, lorsqu’une vérité lui est rigoureusement démontrée, ou lorsqu’il aperçoit encore une petite source d’erreur.”

... la différence des opinions, les erreurs, le pluralisme :

“Dans les choses qui ne sont que vraisemblables, la différence des données que chaque homme a sur elles est une des causes principales de la diversité des opinions que l’on voit régner sur les mêmes objets.”...

“C’est à l’influence de l’opinion de ceux que la multitude juge les plus instruits, et à qui elle a coutume de donner sa confiance sur les plus importants objets de la vie, qu’est due la propagation de ces erreurs qui, dans les

temps d'ignorance, ont couvert la face du monde. La Magie et l'Astrologie nous en offrent deux grands exemples. Ces erreurs inculquées dès l'enfance, adoptées sans examen, et n'ayant pour base que la croyance universelle, se sont maintenues pendant très longtemps ; jusqu'à ce qu'enfin le progrès des sciences les ait détruites dans l'esprit des hommes éclairés dont ensuite l'opinion les a fait disparaître chez le peuple même, par le pouvoir de l'imitation et de l'habitude, qui les avait si généralement répandues. Ce pouvoir, le plus puissant ressort du monde moral, établit et conserve dans toute une nation des idées entièrement contraires à celles qu'il maintient ailleurs avec le même empire. Quelle indulgence ne devons-nous donc pas avoir pour les opinions différentes des nôtres, puisque cette différence ne dépend souvent que des points divers où les circonstances nous ont placés ! Eclairons ceux que nous ne jugeons pas suffisamment instruits, mais auparavant examinons sévèrement nos propres opinions, et pesons avec impartialité leurs probabilités respectives."

Après ces quelques citations, on conviendra qu'il est un peu schématique de représenter Laplace comme un mécaniste à tout crin, soucieux seulement de démontrer l'univers comme une grande horloge. Au contraire, une grande partie de son œuvre, et l'essentiel de l'**essai philosophique**, concerne les relations entre le contingent, le possible, le probable et le certain. Devant le hasard nous ne sommes pas démunis : en formalisant le peu que nous connaissons, en construisant des modèles convenables, en appliquant l'analyse mathématique, nous pouvons arriver à ces conclusions nettes en face de phénomènes aléatoires.

Laplace théoricien des probabilités

L'essai compte plus de deux cents pages. Je me bornerai maintenant à un survol, avec quelques plongées pour donner un certain goût du contenu.

Le passage du fini à l'infini

Le premier quart, relatif aux principes et aux méthodes, est un tour de force. En dix principes, il explique le fondement de la théorie des probabilités, par des définitions impeccables, assorties d'exemples. La terminologie n'a guère varié depuis Laplace (sinon que "croix ou pile" s'appelle maintenant "pile ou face"). La théorie moderne de la mesure, développée depuis Lebesgue (1904), permet d'aller plus vite et plus loin, et les exposés de base que nous faisons aujourd'hui s'inspirent plus ou moins de l'axiomatique de Kolmogorov (1933). Laplace développe ses principes sur des modèles finis (urnes, jeux de pile ou face), tandis que l'essentiel de son œuvre mathématique concerne le passage du fini à l'infini. Il n'y a pas là de vice logique. Pour lui, les lois limites (telle la fameuse loi de Gauss, dont il fait la théorie et l'utilisation quand Gauss était petit enfant !), sont des moyens analytiques pour approcher les probabilités relatives à un modèle fini.

Ces méthodes analytiques sont exposées à la suite. La méthode des fonctions génératrices, issue de problèmes de probabilité, s'applique également dans d'autres domaines (équations aux différences, équations différentielles). Laplace parvient à l'exposer sans écrire une formule. Voici maintenant comment il introduit la loi de Laplace–Gauss :

“On est souvent conduit à des expressions qui contiennent tant de termes et de facteurs, que les substitutions numériques y sont impraticables. C’est ce qui a lieu dans les questions de probabilité, lorsque l’on considère un grand nombre d’événements. Cependant, il importe alors d’avoir la valeur numérique des formules, pour connaître avec quelle probabilité les résultats, que les événements développent en se multipliant, sont indiqués. Il importe surtout d’avoir la loi suivant laquelle cette probabilité approche sans cesse de la certitude qu’elle finirait par atteindre, si le nombre des événements devenait infini. Pour y parvenir, je considérerai que les intégrales définies de différentielles multipliées par des facteurs élevés à de grandes puissances, donnaient par l’intégration des formules

composées d'un grand nombre de termes et de facteurs. Cette remarque me fit naître l'idée de transformer dans de semblables intégrales les expressions compliquées de l'analyse, et les intégrales des équations aux différences. J'ai rempli cet objet, par une méthode qui donne à la fois la fonction comprise sous le signe intégral, et les limites de l'intégration."

Puis il indique le lien avec la théorie des fonctions génératrices, et avec les travaux de ses prédécesseurs (avec des aperçus précieux sur le rôle des notations dans la pensée mathématique, l'influence de Fermat, de Descartes, de Wallis, de Newton, de Leibniz, de Jacques Bernoulli, de Lagrange, etc. . .)

Presque tout le reste de l'**essai philosophique** est consacré aux applications. Cela touche à tout : aux naissances de garçons et de filles, au calcul des erreurs, à la correction des données astronomiques, aux opérations géodésiques (mesure du méridien terrestre), aux inégalités dans les mouvements de la lune, à l'applatissage de la Terre, aux mouvements de Jupiter et de Saturne et à ceux des satellites de Jupiter, aux marées, à l'influence de la lune sur l'atmosphère, aux variations de pression atmosphérique et de magnétisme, à la théorie du système solaire, aux comètes, aux témoignages en justice, aux choix et décisions des assemblées, aux assurances, à la démographie, aux maladies et à la vaccination, etc.

Enfin, une quarantaine de pages traitent des illusions dans l'estimation des probabilités : du rôle des habitudes, des croyances, de la mémoire, des mœurs, des expériences en psychologie, des somnambules, des visionnaires, de la musique, de l'attention, des images mentales, etc. Il ne serait pas sans intérêt de lire ces pages à la lumière de la neurophysiologie moderne. Elles contiennent des vues justes et intéressantes. Cependant, que d'écart entre le "sensorium" de Laplace, objet de vibrations soumises aux lois de la dynamique, et l'"homme neuronal" de Changeux !

La statistique

A part cette incursion, parfois hasardeuse, dans le domaine de l'imaginaire, rien n'a vieilli. Je voudrais le montrer sur quelques exemples.

Laplace — le fait est insuffisamment connu — est non seulement le premier théoricien des probabilités, mais le fondateur de la statistique mathématique. Les "fourchettes" et les tests d'hypothèse ont été introduits à l'occasion d'une

question bizarre, celle de la proportion de garçons et de filles à la naissance. Cette proportion est ordinairement de $22/21$ (noter qu'on utilisait encore rarement les nombres décimaux à cette époque, au moins dans la langue courante). On a signalé qu'elle était inversée, dans un bourg de Bourgogne, Carcelle-les-Grignon, pendant 5 ans : sur 2 009 naissances, 1 026 filles et 983 garçons. Sur ces chiffres, Laplace teste l'hypothèse admise, à savoir que les naissances de garçons sont plus probables que celles des filles ; le calcul (nécessitant l'approximation par la fonction de Laplace-Gauss) conclut à ne pas rejeter l'hypothèse. En revanche, à Paris, sur une période de quarante ans, on recense à la naissance 393 386 garçons et 377 555 filles ; la proportion est de $25/24$, assez proche de $22/21$. Laplace teste alors l'hypothèse qu'à Paris les probabilités de naissances masculines et féminines soient proportionnelles à 22 et 21. Là il rejette cette hypothèse. Il faut donc une explication du fait qu'à Paris on recense un peu moins de garçons qu'en général. Laplace trouve un élément de réponse. A Paris plus de 20 % des enfants sont des enfants trouvés. "En y réfléchissant, dit Laplace, il m'a paru que la différence observée tient à ce que les parents de la campagne et des provinces, trouvant quelque avantage à retenir près d'eux les garçons, en avaient envoyé à l'Hospice des enfants trouvés de Paris moins relativement aux filles, que suivant le rapport des naissances des deux sexes". Vérification : Laplace soustrait des effectifs parisiens ceux des enfants trouvés, et trouve exactement $22/21$.

Dans la dernière édition de son essai, Laplace est troublé. Il donne les tableaux des naissances entre 1817 et 1821 (les cinq premières années d'un recensement général des naissances en France) : 2 962 361 garçons, 2 781 997 filles, proportion $16/15$. L'écart $22/21$, compte tenu des nombres en jeu, rend inadmissible l'hypothèse d'un rapport constant, et Laplace n'a pas d'explication. Nous n'avons pas non plus, mais le fait est maintenu reconnu que ce rapport change après les grandes guerres (en France, par exemple, après 1918). Laplace, en effet, ne trichait pas avec le calcul ; j'en indiquerai tout à l'heure un autre exemple.

Les enquêtes

La statistique s'est imposée à Laplace pour des raisons moins gratuites. Il fut ministre de l'Intérieur après le 18 brumaire, et il fallait connaître la population, département par département, pour la conscription. En l'absence de recensement général, il pratiqua un véritable plan d'expérience, en utilisant la proportionnalité supposée entre la population et le nombre des naissances.

Ce fut la première estimation donnée de la population française : 28 352 845, à un demi-million près, avec un risque d'erreur inférieur à 1/300 000. Laplace décrit ainsi le plan pour déterminer le rapport de proportionnalité entre la population et le nombre des naissances : il consiste

“1) à choisir dans l’empire les départements distribués d’une manière à peu près égale sur toute sa surface, afin de rendre le résultat général indépendant des circonstances locales ; 2) à dénombrer avec soin, pour une époque donnée, les habitants de plusieurs communes dans chacun de ces départements ; 3) à déterminer par le relevé des naissances durant plusieurs années, qui précèdent et suivent cette époque, le nombre moyen correspondant des naissances annuelles.” . . .

Et il indique comment, sur sa prière, le gouvernement a fait mener l'enquête, dans trente départements “répandus également dans toute la France”, en faisant choix des communes pouvant donner les renseignements les plus précis : en 1800, 1801, 1802, 116 599 naissances ; au 23 septembre, 2 037 615 habitants ; rapport : 28,352 845 (cela correspondait à l'espérance de vie d'un nouveau né).

L'autorité de Laplace et ses responsabilités officielles l'ont amené à demander et obtenir d'autres statistiques. C'est ainsi qu'à dater du 1^{er} juin 1806 le niveau des marées a été noté, chaque jour, dans le port de Brest. Il s'agissait de tester la théorie de Laplace sur les marées, un immense travail qui conclut à la validité parfaite des formules fondées sur l'influence de la lune et du soleil.

Laplace a également proposé des formules pour des mouvements de l'atmosphère sous l'action de la lune et du soleil, et il a pu prescrire huit années d'observations de la pression atmosphérique à Paris quatre fois par jour. Il observe une faible oscillation, à l'appui de son hypothèse. La suite mérite d'être citée comme un modèle d'honnêteté scientifique.

“C'est ici surtout que se fait sentir la nécessité d'une méthode pour déterminer la probabilité d'un résultat, méthode sans laquelle on est exposé à présenter comme lois de la nature, les effets des causes irrégulières, ce qui est arrivé souvent en Météorologie.

Cette méthode appliquée au résultat précédent en montre l'incertitude, malgré le grand nombre d'observations employées, qu'il faudrait décupler pour obtenir un résultat suffisamment probable."

En voici un autre exemple, sur un sujet qu'il n'a pas étudié, mais où il définit clairement la bonne attitude à prendre

"Les phénomènes singuliers qui résultent de l'extrême sensibilité des nerfs dans quelques individus, ont donné naissance à diverses opinions sur l'existence d'un nouvel agent que l'on a nommé magnétisme animal, sur l'action du magnétisme ordinaire, et sur l'influence du soleil et de la lune dans quelques affections nerveuses, enfin sur les impressions que peut faire éprouver la proximité des métaux ou d'une eau courante. Il est naturel de penser que l'action de ces causes est très faible, et qu'elle peut être facilement troublée par des circonstances accidentelles ; ainsi, parce que dans quelques cas elle ne s'est point manifestée, on ne doit pas rejeter son existence. Nous sommes si loin de connaître tous les agents de la nature et leurs divers modes d'action, qu'il serait peu philosophique de nier les phénomènes, uniquement parce qu'ils sont inexplicables dans l'état actuel de nos connaissances. Seulement, nous devons les examiner avec une attention d'autant plus scrupuleuse, qu'il paraît plus difficile de les admettre ; et c'est ainsi que le calcul des probabilités devient indispensable, pour déterminer jusqu'à quel point il faut multiplier les observations ou les expériences, afin d'obtenir en faveur des agents qu'elles indiquent une probabilité supérieure aux raisons que l'on peut avoir d'ailleurs, de ne pas les admettre."

Les sciences morales

Laplace consacre cinquante pages de son **essai** aux applications des probabilités aux sciences morales. Faute de les analyser, je veux en indiquer le grand intérêt (à la fois pour le sujet lui-même, et par ce qui se révèle de la personnalité de Laplace). Au plan scientifique, il est remarquable qu'il pose

clairement, dès cette époque, la question de la modélisation mathématique, à propos d'une question difficile, la probabilité des témoignages.

“La plupart de nos jugements étant fondés sur la probabilité des témoignages, il est bien important de la soumettre au calcul. La chose, il est vrai, devient souvent impossible, par la difficulté d’apprécier la véracité des témoins et par le grand nombre de circonstances dont les faits qu’ils attestent sont accompagnés. Mais on peut dans plusieurs cas résoudre des problèmes qui ont beaucoup d’analogies avec les questions qu’on se propose, et dont les solutions peuvent être regardées comme des approximations propres à nous guider et à nous garantir des erreurs et des dangers auxquels de mauvais raisonnements nous exposent.”

Laplace écrivain

Nous avons la chance en France d’avoir eu de grands savants qui ont été de grands écrivains. Laplace est de ceux-là, j’espère vous en avoir convaincus. Tirons-nous suffisamment parti de cette richesse ? Cherchons-nous suffisamment, chacun à notre niveau, de la prendre en exemple dans notre propre travail ? Les réponses à ces deux questions sont évidemment négatives, et il serait dommage de donner à cet article une conclusion formellement négative. Présentons les questions autrement : pouvons-nous et devons-nous faire mieux ? Oui, assurément.

Jean-Pierre Kahane

01.08.07

Cet article recoupe largement un appel à rééditer l’Essai philosophique sur les probabilités, paru dans l’Ecole et la Nation n° 351 (août-septembre 1984), pp. 40-44.